ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ & ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ
ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ
ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΩΝ 2017

ΘΕΜΑ Α

Α1. Σχολικό βιβλίο σελ. 31

Α2. Σχολικό βιβλίο σελ. 14

Α3. Σχολικό βιβλίο σελ. 72

Α4.

α. Σ
β. Λ
γ. Λ
δ. Σ
ε. Λ

ΘΕΜΑ Β

Β1.

x_i	v_i	$x_i \cdot v_i$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})^2 \cdot v_i$
1	2	2	9	18
3	3	9	1	3
5	4	20	1	4
9	1	9	25	25
Σύνολο	10	40		50

α. Η μέση τιμή δίνεται από τον τύπο $\bar{x} = \frac{1}{v}\sum_{i=1}^{4} x_i v_i = \frac{40}{10} = 4$

β. Αφού $v = 10$, άρτιος αριθμός τότε η διάμεσος είναι $\delta = \frac{t_5 + t_6}{2} = \frac{3+5}{2} = 4$

γ. Η διακύμανση δίνεται από τον τύπο $s^2 = \frac{1}{v}\sum_{i=1}^{4}(x_i - \bar{x})^2 v_i = \frac{50}{10} = 5$

Β2. Η τυπική απόκλιση είναι ίση με $s = \sqrt{5}$, οπότε ο συντελεστής μεταβολής είναι

$$CV = \frac{s}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{5}}{4} = \frac{25\sqrt{5}}{100} > \frac{10}{100}$$

Άρα το δείγμα δεν είναι ομοιογενές.

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Για κάθε $x \in \mathbb{R}$ έχουμε ότι:

$$f'(x) = 2x - 1$$

Λύνουμε την εξίσωση $f'(x)=0 \Leftrightarrow 2x-1=0 \Leftrightarrow x=\frac{1}{2}$

Το πρόσημο της παραγώγου f' και η μονοτονία της f φαίνονται στον παρακάτω πίνακα.

	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	↘	Ο.Ε	↗

Από τον παραπάνω πίνακα προκύπτει ότι η f παρουσιάζει ολικό ελάχιστο στο $x=\frac{1}{2}$ το

$f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{4}-\frac{1}{2}+1=\frac{3}{4}$

Γ2. ***α' τρόπος:***

Η ζητούμενη εφαπτομένη (ε) έχει εξίσωση της μορφής $(\varepsilon):\ y=\lambda x+\beta$ όπου $\lambda=f'(2)=3$ και η (ε) γίνεται $(\varepsilon):\ y=3x+\beta$.

Επειδή $A(2,f(2))\in(\varepsilon) \Leftrightarrow f(2)=3\cdot 2+\beta \Leftrightarrow 3=6+\beta \Leftrightarrow \beta=-3$

Οπότε η εξίσωση της εφαπτομένης γράφεται $(\varepsilon):\ y=3x-3$

β' τρόπος:

Η ζητούμενη εφαπτομένη (ε) έχει εξίσωση της μορφής $(\varepsilon):\ y-f(2)=f'(2)(x-2)$

Όμως, $f(2)=3$ και $f'(2)=3$ οπότε η εξίσωση της εφαπτομένης γράφεται:

$$(\varepsilon):\ y-3=3(x-2) \Leftrightarrow y=3x-3$$

Γ3. Για τον άξονα $x'x$ θέτουμε $y=0$ στην παραπάνω εξίσωση και έχουμε:

$$0=3x-3 \Leftrightarrow x=1$$

Άρα, το σημείο τομής είναι το $K(1,0)$.

Για τον άξονα $y'y$ θέτουμε $x=0$ στην παραπάνω εξίσωση και έχουμε

$$y=3\cdot 0-3 \Leftrightarrow y=-3$$

Άρα, το σημείο τομής είναι το $\Lambda(0,-3)$.

Γ4. Για τον υπολογισμό του ορίου έχουμε:

$$\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{f(x)}-1}{x-1}=\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{x^2-x+1}-1}{x-1}=\lim_{x\to 1}\frac{\left(\sqrt{x^2-x+1}-1\right)\left(\sqrt{x^2-x+1}+1\right)}{(x-1)\left(\sqrt{x^2-x+1}+1\right)}=$$

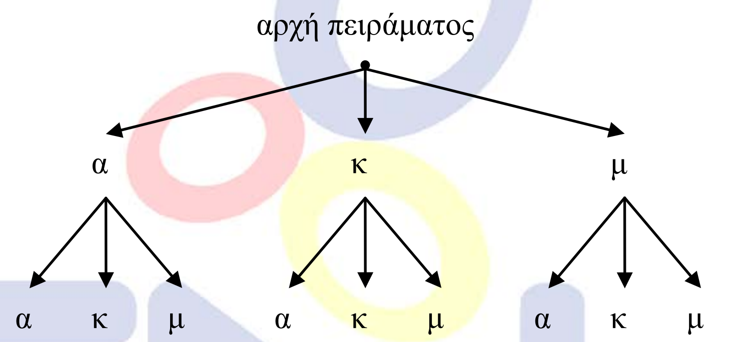
$$=\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{x^2-x+1}^{\,2}-1^2}{(x-1)\left(\sqrt{x^2-x+1}+1\right)}=\lim_{x\to 1}\frac{x^2-x+1-1}{(x-1)\left(\sqrt{x^2-x+1}+1\right)}=$$

$$=\lim_{x\to 1}\frac{x(x-1)}{(x-1)\left(\sqrt{x^2-x+1}+1\right)}=\lim_{x\to 1}\frac{x}{\sqrt{x^2-x+1}+1}=$$

$$=\frac{1}{2}$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Το ζητούμενο δενδροδιάγραμμα είναι



Σύμφωνα με το παραπάνω δενδροδιάγραμμα, ο δειγματικός χώρος του πειράματος είναι

$$\Omega=\{αα,ακ,αμ,κα,κκ,κμ,μα,μκ,μμ\}$$

Δ2. Το ενδεχόμενο Α είναι το $A=\{αμ,κμ,μμ\}$

Το ενδεχόμενο Β είναι το $B=\{ακ,αμ,κα,κμ,μα,μκ\}$

Δ3. ***α)*** Είναι $A'=\{αα,ακ,μα,μκ,κα,κκ\}$.

Επειδή ο δειγματικός χώρος Ω αποτελείται από ισοπίθανα απλά ενδεχόμενα, τότε σύμφωνα με τον κλασικό ορισμό της πιθανότητας είναι

$$P(A')=\frac{N(A')}{N(\Omega)}=\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$$

Ακόμη

- $A\cap B=\{αμ,κμ\}$ οπότε $P(A\cap B)=\dfrac{N(A\cap B)}{N(\Omega)}=\dfrac{2}{9}$
- $A-B=\{μμ\}$, οπότε $P(A-B)=\dfrac{N(A-B)}{N(\Omega)}=\dfrac{1}{9}$

- $B-A=\{\alpha\kappa,\mu\alpha,\mu\kappa,\kappa\alpha\}$, οπότε $P(B-A)=\dfrac{N(B-A)}{N(\Omega)}=\dfrac{4}{9}$

Σημείωση: Εναλλακτικά, οι παραπάνω πιθανότητες μπορούν να υπολογισθούν και με την βοήθεια των κανόνων λογισμού των πιθανοτήτων.

β) Επειδή το ενδεχόμενο Γ είναι ασυμβίβαστο με το Α τότε το Γ δεν περιέχει τα στοιχεία $\{\alpha\mu,\kappa\mu,\mu\mu\}$. Επίσης το Γ είναι ασυμβίβαστο με το Β οπότε το Γ δεν θα περιέχει τα στοιχεία $\{\alpha\mu,\alpha\kappa,\kappa\alpha,\kappa\mu,\mu\alpha,\mu\kappa\}$.

Οπότε το ενδεχόμενο Γ μπορεί να είναι ένα από τα παρακάτω:

- $\Gamma=\varnothing$ με $P(\Gamma)=0$
- $\Gamma=\{\alpha\alpha\}$ με $P(\Gamma)=\dfrac{1}{9}$
- $\Gamma=\{\kappa\kappa\}$ με $P(\Gamma)=\dfrac{1}{9}$
- $\Gamma=\{\alpha\alpha,\kappa\kappa\}$ με $P(\Gamma)=\dfrac{2}{9}$

Άρα η μεγαλύτερη τιμή που μπορεί να έχει η πιθανότητα $P(\Gamma)$ είναι $\dfrac{2}{9}$.