ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΑΛΓΕΒΡΑ) ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΩΝ 2017

ΘΕΜΑ Α

Α1. Σχολ. Βιβλίο Σελ. 31

Α2. ***α)*** Λάθος
β) Σωστό
γ) Σωστό

Α3. ***α)*** $\left(x^{\rho}\right)' = \rho x^{\rho-1}$

β) $(\sigma\upsilon\nu x)' = -\eta\mu x$

γ) $\bar{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{\nu} x_i w_i}{\sum_{i=1}^{\nu} w_i}$

ΘΕΜΑ Β

Β1. Ο αριθμητής του κλάσματος του ορίου παραγοντοποιείται ως εξής $x^2 + x - 2 = (x-1)(x+2)$

Οπότε, το όριο γράφεται $\kappa = \lim_{x\to 1}\dfrac{x^2+x-2}{x-1} = \lim_{x\to 1}\dfrac{(x-1)(x+2)}{x-1} = \lim_{x\to 1}(x+2) = 3$

Β2. Για $\kappa = 3$ το δείγμα γίνεται: 4, 3, 5, 6, 7, 4, 6, 5, 6, 4 και η μέση τιμή είναι ίση με:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{\nu} t_i}{\nu} = \frac{4+3+5+6+7+4+6+5+6+4}{10} = \frac{50}{10} = 5$$

Β3.

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{\nu}(t_i - \bar{x})^2}{\nu} =$$

$$= \frac{(4-5)^2 + (3-5)^2 + 0 + (6-5)^2 + (7-5)^2 + (4-5)^2 + (6-5)^2 + 0 + (6-5)^2 + (4-5)^2}{10} =$$

$$= \frac{1+4+1+4+1+1+1+1}{10} = 1,4$$

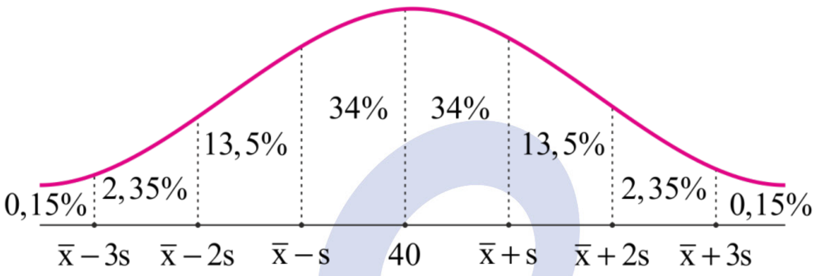
Β4. $s = \sqrt{s^2} = \sqrt{1,4} \cong 1,18$

$$CV = \frac{s}{|\overline{x}|}\cdot 100\% = \frac{1,18}{5}\cdot 100\% = 23,6\%$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Αφού το δείγμα ακολουθεί περίπου την κανονική κατανομή και το 50% των εργαζομένων έχουν ηλικία μεγαλύτερη των 40 ετών τότε $\overline{x} = 40$.

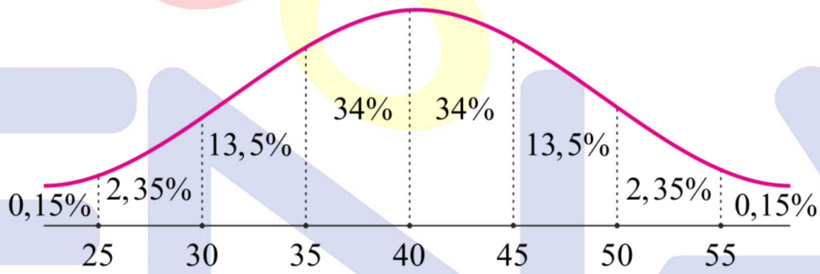
Γ2.



Από το παραπάνω σχήμα παρατηρούμε ότι αφού το 16% των εργαζομένων έχουν ηλικία μικρότερη των 35 ετών, τότε

$$\overline{x} - s = 35 \Leftrightarrow 40 - s = 35 \Leftrightarrow s = 5$$

Οπότε,



Γ3. Μεγαλύτερη των 45 ετών είναι το 16% των εργαζομένων οπότε, $\frac{16}{100}\cdot 400 = 64$ εργαζόμενοι

Γ4. Μεγαλύτερη των 30 ετών και μικρότερη των 45 ετών είναι το $81,5\%$ οπότε,

$$\frac{81,5}{100}\cdot 400 = 326 \text{ εργαζόμενοι}$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Ισχύει, $f'(x) = -\frac{1}{3}\cdot 3x^2 + 2\cdot 2x - 3 = -x^2 + 4x - 3$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow -x^2 + 4x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = 1$ ή $x = 3$

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$		↘	Τ.Ε.	↗	Τ.Μ.	↘	

Από τον παραπάνω πίνακα προκύπτει ότι η f είναι γνησίως φθίνουσα στο $(-\infty,1]$ και $[3,+\infty)$ ενώ είναι γνησίως αύξουσα στο $[1,3]$.

Δ2. Η f παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο στο $x_1=1$ με τιμή $f(1)=-\frac{1}{3}$ και στο $x_2=3$ τοπικό μέγιστο με τιμή $f(3)=-9+18-9+1=1$.

Δ3. Έστω $A(x_0,f(x_0))$ το ζητούμενο σημείο. Επειδή η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της f είναι παράλληλη στην ευθεία $y=x+2017$ τότε πρέπει

$$f'(x_0)=1 \Leftrightarrow -x_0^2+4x_0-3=1 \Leftrightarrow -x_0^2+4x_0-4=0 \Leftrightarrow x_0^2-4x_0+4=0 \Leftrightarrow (x_0-2)^2=0 \Leftrightarrow x_0=2$$

Άρα το σημείο στο οποίο η εφαπτομένη είναι παράλληλη στην ευθεία $y=x+2017$ είναι το $A(2,f(2))$, δηλαδή το $A\left(2,\frac{1}{3}\right)$.

Δ4. Ισχύει ότι, $f''(x)=-2x+4$.

Οπότε, τα σημεία M_1, M_2, M_3, M_4, M_5 ανήκουν στην ευθεία $y=-2x+4$ και οι τετμημένες των σημείων έχουν τυπική απόκλιση $s_x=3$.

Από εφαρμογή του σχολικού βιβλίου η τυπική απόκλιση των τεταγμένων είναι ίση με

$$s_y=|-2|\cdot 3=6$$