

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΩΝ 2021

ΘΕΜΑ Α

A1. Σχολικό βιβλίο, σελίδα 65

A2. Σχολικό βιβλίο, σελίδα 28

A3.

α) Λάθος

β) Σωστό

γ) Λάθος

A4.

α) $\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$

β) $(x^v)' = vx^{v-1}$

γ) $(cf(x))' = c \cdot f'(x)$

ΘΕΜΑ Β

B1. Ισχύει

$$f(1) = 0 \Leftrightarrow 1 - a + 2 = 0 \Leftrightarrow a = 3$$

Άρα, $f(x) = x^2 - 3x + 2, x \in \mathbb{R}$.

B2. Πρέπει $x^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x^2 \neq 1 \Leftrightarrow x \neq \pm 1$.

Το πεδίο ορισμού της g είναι: $A = \mathbb{R} - \{\pm 1\}$.

B3. Έχουμε

$$\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x-2)}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-2}{x+1} = -\frac{1}{2}$$

B4. Η f είναι παραγωγίσιμη στο \mathbb{R} με:

$$f'(x) = 2x - 3$$

και $f(0) = 2, f'(0) = -3$.

Η εξίσωση της εφαπτομένης είναι $y = f'(0) \cdot x + \beta \Rightarrow y = -3 \cdot x + \beta$ (ε).

Αφού $M \in (\varepsilon) \Rightarrow 2 = \beta$. Άρα, η εξίσωση της εφαπτομένης είναι $y = -3 \cdot x + 2$.

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Από τους τύπους

$$f_i = \frac{v_i}{v} \text{ για } i = 1, \dots, 4$$

$$a_i = \frac{v_i}{v} \cdot 360^\circ \text{ για } i = 1, \dots, 4$$

προκύπτει ο παρακάτω πίνακας.

Έτη υπηρεσίας [,)	Κεντρική τιμή x_i	Συχνότητα v_i	Σχετική συχνότητα f_i	a_i
[4,8)	6	5	0,1	36°
[8,12)	10	15	0,3	108°
[12,16)	14	10	0,2	72°
[16,20)	18	20	0,4	144°
Σύνολο		50	1	360°

Γ2. Τουλάχιστον 8 έτη υπηρεσίας έχουν $v_2 + v_3 + v_4 = 45$ εκπαιδευτικοί.

Γ3. Λιγότερη από 16 έτη υπηρεσία έχει $f_1\% + f_2\% + f_3\% = 60\%$.

Γ4. Το εμβαδόν του χωρίου που ορίζεται από το πολύγωνο των σχετικών συχνοτήτων και τον οριζόντιο άξονα είναι ίσο με 1.

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Ισχύει ότι $2x + 2y = 80 \Leftrightarrow y = 40 - x, 0 < x < 40$.

Το εμβαδόν του ορθογωνίου δίνεται από τον τύπο

$$x \cdot y = x \cdot (40 - x) = -x^2 + 40x.$$

Άρα, $E(x) = -x^2 + 40x, 0 < x < 40$.

Δ2. Ισχύει ότι

$$E'(x) = -2x + 40$$

Λύνω την εξίσωση $E'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 20$.

Λύνω την ανίσωση $E'(x) > 0 \Leftrightarrow 0 < x < 20$.

Λύνω την ανίσωση $E'(x) < 0 \Leftrightarrow x > 20$.

x	0	20	40
$E'(x)$		+	-
$E(x)$		↗	↘

M.

Σύμφωνα, με το παραπάνω πίνακα η E είναι γνησίως αύξουσα στο $(0,20]$ και γνησίως φθίνουσα στο $[20,40)$.

Δ3. Το εμβαδόν του οικοπέδου γίνεται μέγιστο για $x = 20 \text{ m}$ και η μέγιστη τιμή της είναι $E(20) = 800 - 400 = 400 \text{ m}^2$.

Δ4. Αφού $x_A, x_B \in [20,40)$ και $x_A < x_B \xrightarrow{E(x)} E(x_A) > E(x_B)$.

Επομένως το εμβαδόν του οικοπέδου Α, είναι μεγαλύτερο από το εμβαδόν του οικοπέδου Β.